

MAX JAMMER

DER BEGRIFF DER MASSE
IN DER PHYSIK

1964

WISSENSCHAFTLICHE BUCHGESELLSCHAFT
DARMSTADT

Diese Arbeit wurde von der Amerikanischen Akademie der Künste und Wissenschaften
mit dem Physik-Preis im Jahre 1960 ausgezeichnet.

Mit Genehmigung der Harvard-University Press, Cambridge/USA

herausgegebene Sonderausgabe für die Mitglieder der Wissenschaftlichen Buchgesellschaft, Darmstadt.

Der Originaltitel lautet: Concepts of Mass. Aus dem Englischen übersetzt von Hans Hartmann.

INHALT

Corrigenda	VI
Vorwort	VII
Einleitung.	1
I. Kapitel: Die Etymologie des Wortes „Masse“	7
II. Kapitel: Findet sich der Massenbegriff im Denken der Antike?	16
III. Kapitel: Der neuplatonische Begriff der „Trägheit“	31
IV. Kapitel: „Quantitas materiae“ in der Philosophie des Mittelalters	38
V. Kapitel: Die Bildung des Begriffs der trägen Masse	51
VI. Kapitel: Die Systematisierung der „Masse“	61
VII. Kapitel: Philosophische Abwandlung der Newton- schen Auffassung	79
VIII. Kapitel: Der moderne Begriff der Masse	90
IX. Kapitel: Der Begriff der Masse in der axiomatisierten Mechanik.	119
X. Kapitel: Der Begriff der schweren Masse	131
XI. Kapitel: Der elektromagnetische Begriff der Masse	146
XII. Kapitel: Der Massenbegriff in der Relativitätstheorie	165
XIII. Kapitel: Masse und Energie	185
XIV. Kapitel: Der Begriff der Masse in der Quanten- mechanik und in der Feldtheorie	206
Index	243

© 1964 by Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt

Satz und Druck: L. C. Wittich, Darmstadt

Einband: C. Fikentscher, Darmstadt

Printed in Germany

CORRIGENDA

Wir bitten den Leser, folgende Fehler zu berichtigen. Es muß heißen

auf Seite 39, Fußnote 1, statt Seite 25: Seite 23

auf Seite 75, Fußnote 43, statt Seite 70: Seite 68

auf Seite 178, Fußnote 16, statt Seite 160: Seite 158

VORWORT

Dieses Buch verfolgt einen dreifachen Zweck:

1. Es soll eine umfassende Darstellung der geschichtlichen Entwicklung des Massenbegriffs bieten. Obwohl dieser für Physik und Naturphilosophie grundlegende Bedeutung hat, ist er offensichtlich bisher nicht zum Gegenstand einer geschlossenen und zusammenhängenden Darstellung geworden. Trotz der vorwiegend historischen Sicht betont unsere Studie die innere und logische Entwicklung des Massenbegriffs, wobei die rein chronologischen Aspekte in die zweite Linie rücken.

2. Die historische Forschung wird nicht als Selbstzweck angesehen. Es ist ja zweifellos richtig, daß „eine der erstaunlichsten Tatsachen in der Geschichte der Physik die Unklarheit in der Definition des Schlüsselbegriffs der Dynamik, nämlich dem der Masse ist¹.“ Eine historisch-kritische Analyse der klassischen Massenbegriffe und -definitionen und eine klare Unterscheidung zwischen träger und (aktiver und passiver) schwerer Masse führt, so hoffe ich, zu einem tieferen Verständnis für den Sinn dieses Begriffs und zu einer tieferen Auffassung seiner physikalischen Funktion und Bedeutung.

3. Eine wirklich vollständige Klarlegung des Massenbegriffs ist zugestandenermaßen keine leichte Aufgabe; denn der allgemeine und recht problematische Charakter der Grundlagen, auf denen die exakte und unzweideutige Definition des Begriffes ruht, wirft ernsthafte Fragen auf und führt zu widersprüchlichen Ergebnissen. Eine zutreffende Darstellung dieser Schwierigkeiten ist der eigentliche Zweck unseres Buches.

Kapitel 4 ist eine erweiterte Version einer Vorlesung, die ich in Washington vor der Amerikanischen Gesellschaft zur Förderung

¹ G. Burniston Brown, "Gravitational and inertial mass", American Journal of Physics 28, 475 (1960).

der Wissenschaft hielt. Auf einer Versammlung des Instituts für die Einheit der Wissenschaft in Boston Massachusetts hatte ich Gelegenheit, den Inhalt der Kapitel 5, 6 und 12 zu diskutieren. Dankbar bin ich Professor Cyril Stanley Smith (Institute for the Study of Metals, University of Chicago), Professor Gerald Holton (Department of Physics, Harvard University), und Professor I. Bernard Cohen (Department of the History of Science, Harvard University) für ihre wertvollen Ergänzungen bei dieser und anderen Gelegenheiten. Verpflichtet bin ich auch Professor Adolf Grünbaum (Department of Philosophy, University of Pittsburgh), Herrn Harry Starr (Lucius N. Littauer Foundation), und meinen Kollegen vom Department of Physics, Boston University, und zwar für ihre Förderung und Hinweise. Mein Dank gilt auch Professor Nathan Rosen (Department of Physics, Technion, Haifa) für seine Mitarbeit beim Lesen der Korrekturbogen und Herrn Joseph D. Elder, Wissenschaftlicher Herausgeber der Harvard University Press, für seine Sorgfalt bei der Drucklegung.

* *

Der vorliegende deutsche Text des vor drei Jahren von der *Harvard University Press* herausgegebenen Buches ist eine etwas erweiterte Ausgabe des englischen Originals. Ich danke Herrn Dr. Hans Hartmann, Berlin, für die mühevollen Arbeit, den wegen seiner zahlreichen physikalischen und philosophischen Fachausdrücke schwierigen Text übersetzt zu haben, und der *Wissenschaftlichen Buchgesellschaft*, Darmstadt, für die Geduld und Sorgfalt, die die Drucklegung erforderte.

Bar-Ilan University
Israel
März 1964

Max Jammer

EINLEITUNG

Was in der Physik meist nur als bloßer Proportionalitätsfaktor betrachtet wird, der Trägheitskoeffizient, soll den Gegenstand unserer Untersuchung bilden.

Für den Experimentalphysiker scheint der Begriff der Masse in seiner Forschungsarbeit keine besonderen Schwierigkeiten zu bieten. Von der frühesten Schulung an hat sich sein gedankliches und begriffliches Werkzeug stets einer ungehemmten Anwendung des Massenbegriffs angepaßt. Wenn überhaupt begriffliche Schwierigkeiten auftauchten, so hat man sie zu akademischen Anfangskursen verwiesen. Selbst in der modernen Theorie der Elementarteilchen und in der heutigen Feldtheorie, in denen der Massenbegriff in Verbindung mit gewissen, heute noch kaum ganz überwundenen Schwierigkeiten eine so wichtige Rolle spielt, interessiert den Physiker nicht so sehr der Begriff als solcher, sondern seine mathematische Behandlung.

Andererseits herrscht allgemeine Übereinstimmung, daß für Elementarkurse in Physik der Massenbegriff einen unbehaglichen und komplizierten Gegenstand darstellt. Lehrbücher wie Vorlesungen geben keine logisch oder wissenschaftlich einwandfreie Darstellung von dem Massenbegriff. Masse ist nämlich einer jener Grundbegriffe, deren wirkliche Bedeutung sich nur schrittweise erschließt und verstanden werden kann in einer immer tiefer gehenden Behandlung und fortschreitenden Erörterung der mannigfaltigen Erscheinungen, in denen er sich offenbart.

Diese Schwierigkeiten sind naturgemäß schon in dem ziemlich abstrakten Charakter des Massenbegriffs begründet. Oft wird behauptet, daß „Masse“ ebenso wie „Temperatur“ ausschließlich auf der unmittelbaren Sinneserfahrung beruht. So sprach zum Beispiel Rudolf Carnap in einer Diskussion über die empirische Bedeutung theoretischer Begriffe von einer „ununterbrochenen Linie, die von solchen unmittelbaren, aus der Beobachtung

fließenden Begriffen wie Masse oder Temperatur zu weiter abliegenden (mehr abstrakten) wie ‚elektromagnetisches Feld‘ und ‚Psi-Funktion‘ führt¹.“ In Bezug auf die „Masse“ ist aber eine solche Charakterisierung jedenfalls in der Sicht der modernen Physik kaum gerechtfertigt. Im 18. Jahrhundert, in einer Periode des „substantiellen Materiebegriffs“², sah man „Masse“ und „Materie“ praktisch als identisch an, und der Widerstand der Materie gegen Druck, also ihre Festigkeit und Undurchdringlichkeit, das, was Leibniz „Antitypie“ benannte, wurde immer als die durch Sinnesempfindungen und unmittelbar zu beobachtenden Eigenschaften der „Masse“ angesehen. Der moderne Begriff der Masse aber hat im Gegensatz zu anderen wie Temperatur, Licht und Kraft kein Seitenstück in der Empfindung, und er offenbart sich auch nicht direkt in irgend einem möglichen Experiment. Er ist eine Konstruktion³, im Prinzip nicht weniger als das „elektromagnetische Feld“. Tatsächlich hat das „Feld“ in der modernen Feldtheorie (wie schon in den klassischen elektromagnetischen Theorien von Abraham und Lorentz) methodologische Priorität dem Massenbegriff gegenüber, da man ja den letzteren in der Terminologie des ersteren beschreiben kann.

Eine zweite Schwierigkeit, die dem Massenbegriff anhaftet, ist der Aspekt seiner Wandelbarkeit. „Die Masse kann mit einem Schauspieler verglichen werden, der auf der Bühne in den verschiedensten Verkleidungen auftritt, aber nie als sein wahres Selbst. Sie kann erscheinen als Schwere oder als Trägheit oder als Energie, aber nie wird sie den Sinnen als ein unverkleidetes Selbst zugänglich⁴.“ Verwandt mit dieser „Vielförmigkeit“ der

¹ Rudolf Carnap, „The methodological character of theoretical concepts“, in *Minnesota studies in the philosophy of science*, ed. H. Feigl und M. Scriven (University of Minnesota Press, Minneapolis, 1959), Band I, S. 39.

² Dieser Ausdruck stammt von Hermann Weyl, „Philosophy of mathematics and natural science“ (Princeton University Press, Princeton, 1949) S. 165.

³ Für diesen Begriff vgl. Henry Margenau, „The nature of physical reality“ (McGraw-Hill, New York, Toronto, London, 1950), S. 69.

⁴ Herbert L. Jackson, „Presentation of the concept of mass to beginning physics students“, *American Journal of Physics* 27, 278 (1959).

„Masse“ ist ihre „Allgegenwart“ (Ubiquität), um einen Ausdruck aus der traditionellen Theologie zu verwenden, das heißt sie kommt ganz einfach auf allen Gebieten der Physik zur Erscheinung. Das führt freilich zu einem weiteren Problem. Arthur Pap spielt in seinen „Elements of analytical philosophy“ auf diese Schwierigkeit an, wenn er sagt: „Die Tatsache, daß ein nicht gründlich durchgebildeter Physiker in einem Atemzug ‚Masse‘ als Tendenz oder Möglichkeit eines Körpers definiert, Veränderungen des Zustandes (Beschleunigungen) mit Widerstand zu begegnen, und von der Masse eines Elektrons spricht, ist ganz gewiß irreführend⁵.“

Diese und andere, mehr technische Schwierigkeiten rechtfertigen eine umfassende historisch-kritische Analyse dieses wichtigen Begriffs, zumal bisher noch nie eine detaillierte und zusammenhängende Studie darüber erschienen ist. Wenn sich nun auch einige Berührungspunkte mit unseren früheren Publikationen über die physikalischen Grundbegriffe von Raum und Kraft in der Physik⁶ finden, so handelt es sich doch hier um eine selbständige und unabhängige Untersuchung, die nicht unbedingt eine Kenntnis der früheren erfordert.

Wir sind überzeugt, daß eine kritische Analyse des modernen Massenbegriffs, die ein volles Verständnis seiner wissenschaftlichen Bedeutung erschließt, nur in geschichtlicher Perspektive möglich ist. Der moderne Massenbegriff hat seinen Ursprung in der Konzeption der trägen Masse im 17. Jahrhundert durch Kepler und Newton. Da Keplers träge Masse jedoch eng mit dem vorklassischen Begriff der *quantitas materiae* verbunden war und da dieser für lange Zeit in der physikalischen Theorie eine Rolle spielte, muß eine umfassende historische Analyse unseres Begriffs naturgemäß auch seine Vorläufer und parallele begleitende Begriffe in Betracht ziehen.

⁵ Arthur Pap, „Elements of analytical philosophy“ (Macmillan, New York, 1949, S. 137).

⁶ Max Jammer, „Concepts of space“ (Harvard University Press, Cambridge, 1954), deutsch unter dem Titel „Das Problem des Raumes“ (Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1960); „Concepts of force“ (Harvard University Press, Cambridge, 1957).

Für unser heutiges Empfinden ist *quantitas materiae* bestenfalls als ein metaphysischer Begriff anzusehen, und zwar im Gegensatz zu dem rein wissenschaftlichen Begriff der Masse. Aber wie der Name schon sagt, wurde er früher als ein Maß für die Menge der Materie angesehen. Die frühere Bedeutung unseres Begriffs muß sich mit dem Grundproblem des „Wie viel“ der Materie bzw. der Substanz befassen, einem Problem, das die Aufmerksamkeit vieler Wissenschaftler und Philosophen auf sich zog.

Der klassische Begriff der Substanz, definiert als das, was kein anderes Ding für seine Existenz⁷ erfordert, betrachtet in weniger metaphysischer und mehr physikalischer Ausdrucksweise die Materie als den Träger wechselnder Eigenschaften, den Träger selbst aber als unbeeinflußt von solchen Wandlungen. Die Materie ist also etwas Absolutes, genau wie der Newtonsche Raum etwas Absolutes war, der durch materielle Gegenstände nicht zu beeinflussen ist⁸. Aber die Materie ist gerade dank ihrer Unbeeinflußbarkeit invariant, keinem Wechsel unterworfen, also ewig. Des Menschen Suchen nach Fortdauer und Zeitlosigkeit, das sich in gewissen religiösen, Fortdauer und Unsterblichkeit erstrebenden Riten manifestierte, fand eine Analogie, ja ihr Ideal in der Absolutheit und der Erhaltung der Materie. Es überrascht daher nicht, daß die erste ausgesprochene Formulierung des Begriffs der *quantitas materiae* verbunden war mit einer begrifflichen Analyse des Problems der Transsubstantiation im Abendmahl.

Aber dieser Begriff der *quantitas materiae* konnte als Kriterium für das „Wie viel“ der Materie offenbar seine Aufgabe nicht erfüllen. Denn jede Messung — wobei eine Ausnahme nur bei Längenbestimmungen nach der klassischen Physik möglich ist — beruht letztlich auf einem Energieaustausch⁹ und setzt eine Wechselwirkung voraus. Einen Vorgang, auf den man prinzi-

⁷ „Per substantiam nihil aliud intelligere possumus, quam rem quae ita existit, ut nulla alia re indigeat ad existendum“, René Descartes, „Principia philosophiae“, I, 51. „Oeuvres de Descartes“, ed. Charles Adam und Paul Tannery (Cerf, Paris, 1905), Band 8, S. 24.

⁸ Vgl. Albert Einstein, im Vorwort von „Concepts of space“ Anm. 6.

⁹ „Une expérience de mesure comporte toujours . . . une perturbation de ce qu'on veut mesurer.“ Louis de Broglie.

piell nicht einwirken kann, kann man auch nicht messen. Anneliese Maier, der wir für ihre Studie über Aegidius Romanus und seinen Begriff der *quantitas materiae* verpflichtet sind, trifft die Feststellung: „Aber trotz all dem ist es nie zu einer wirklichen begrifflichen Klärung der *quantitas materiae* gekommen oder gar zu einer Definition, die tatsächlich eine quantitative Erfassung der Masse ermöglicht hätte¹⁰.“ Von unserem Gesichtspunkt aus ist eine quantitative Bestimmung der Materie an sich nicht möglich. Wenn überhaupt die Materie als solche in der Wissenschaft einer Begriffsbestimmung bedurfte, so bleibt dabei doch immer ein unverstandener und unverständlicher Rest und macht sie unerforschlich. Nur Qualitäten, die gleichsam von der Materie getragen werden, kann man quantitativ messen. Wenn die Menge der Materie durch einen quantitativen Aspekt einer ihrer Eigenschaften definiert wird, so hängt die *quantitas materiae* offenbar davon ab, welche Eigenschaft als Kriterium gewählt wird. In der klassischen Physik zum Beispiel ist es ein rein zufälliger Tatbestand, daß zwei verschiedene Eigenschaften der Materie, Trägheit und Schwere, zur gleichen „Quantifizierung“ (Mengenbestimmung) führen. Trägheit und Wärmekapazität kann man als Kriterien wählen, aber sie würden dann zweifellos verschiedene numerische Ergebnisse liefern.

Man behauptet im allgemeinen, der Begriff der „Masse“ im Sinne der trägen Masse sei durch Isaac Newton in die Physik eingeführt worden. Wie wir im einzelnen sehen werden, war der Begriff der trägen Masse das Ergebnis einer allmählichen Entwicklung, die mit Johannes Kepler begann und mit Leonhard Euler endete. Obgleich der Begriff der trägen Masse aus dem 17. Jahrhundert stammt, können seine Wurzeln zurückverfolgt werden bis zur neuplatonischen Idee der Trägheit und Inaktivität der Materie, die der Vitalität und Spontaneität des Geistes entgegengesetzt sind. Die antike metaphysische Antithese von Materie und Geist war das Vorbild für den physikalischen Gegensatz von Masse und Kraft. Obwohl die Newtonsche Dynamik

¹⁰ Anneliese Maier, „Die Vorläufer Galileis im 14. Jahrhundert“ (Storia e Letteratura, Rome, 1941), S. 51.

offensichtlich die letztgenannten Begriffe von ihren metaphysischen Beziehungen loszulösen bemüht war, ließ sie gewisse begriffliche Schwierigkeiten ungelöst.

Soweit es sich um den Massenbegriff handelt, erzielte die moderne Grundlagenforschung, von Saint Venant und Ernst Mach begründet, beträchtliche Erfolge. Gleichzeitig gaben gewisse Entwicklungen auf dem Gebiet der elektrischen und optischen Erscheinungen Anlaß, den Begriff des Feldes als elementare Kategorie in der Physik anzusehen, und zwar zunächst auf gleicher Stufe mit Materie und Energie (Masse und Kraft), in der Folge aber als etwas noch fundamentaleres als diese. Symptomatisch für das Zurücktreten der mechanischen Auffassung wurde der elektrodynamische Begriff der Masse, wie ihn Max Abraham um die Jahrhundertwende mit Begeisterung proklamierte. Für ihn war die Trägheit nur ein elektromagnetischer Effekt. Obwohl sich seine Ansicht als unhaltbar erwies, gaben ähnliche feldtheoretische Untersuchungen einen bemerkenswerten Anstoß für die Entwicklung unserer heutigen Auffassung und führten zu weitreichenden Verallgemeinerungen.

Das Auftreten der speziellen Relativitätstheorie brachte eine radikale Abwandlung des Massenbegriffs mit sich, und weiterhin eine unerwartete Vereinigung der vorher als heterogen angesehenen Kategorien der Masse und der Energie. Die drei verschiedenen Begriffe der Masse — träge, aktiv-schwere und passiv-schwere Masse —, die die klassische Physik begrifflich unterschied, aber faktisch identifizierte, wurden dann auch in der allgemeinen Relativitätstheorie als äquivalent betrachtet, wenn auch aus völlig anderen Gründen. Der Massenbegriff in der Quantenmechanik und der Physik der Elementarteilchen ist immer noch mit Unklarheiten verknüpft. Seine Klärung ist eine vordringliche Aufgabe der sogenannten massen-unitären Feldtheorien. Eine Diskussion über die Bedeutung der „Masse“ in den höchst spekulativen modernen Raumtheorien der Materie wird unsere Untersuchung beschließen.

Erstes Kapitel

DIE ETYMOLOGIE DES WORTES „MASSE“

Dieses Kapitel ist kein wesentlicher Teil der historisch-kritischen Analyse des Massenbegriffs; denn er befaßt sich nur mit dem *Wort*, nicht mit dem *Begriff* Masse. Man kann also dieses Kapitel überschlagen, ohne das Verständnis der übrigen zu beeinträchtigen. Es befaßt sich mit der vorwissenschaftlichen Bedeutung des Wortes „Masse“ bzw. seinen Synonymen in den klassischen Sprachen, es untersucht den antiken Gebrauch des Terminus Masse und will seine etymologischen Wurzeln ergründen. Wir sind uns des problematischen Charakters dieses Kapitels durchaus bewußt.

Das Wort „Masse“ oder sein lateinisches Äquivalent *massa* findet sich allgemein im Sprachgebrauch der Physik seit dem Beginn des 17. Jahrhunderts¹, wurde aber als technischer Terminus schon in der Mitte des 14. Jahrhunderts von Albert von Sachsen in seinen „*Quaestiones super octo libros Physicorum*“², angewandt. Unser modernes Wort „Masse“ (französisch *masse*, englisch *mass*, russisch *massa*, spanisch *masa*), wie es in der Physik benutzt wird, leitet sich zweifellos vom lateinischen *massa* ab und bedeutet zunächst einen Klumpen aus Teig oder Kleister. Wie in heutigen Sprachen bedeutete es schon im Mittelalter einen Klumpen im allgemeineren Sinn, ein Konglomerat oder Aggregat von Körpern³. Das gilt auch für den Gebrauch des Wortes im Kirchenlatein⁴.

¹ Vgl. John Harris (1667—1719), „*Lexicon technicum or an universal English dictionary of arts and sciences*“, Band I (London 1704): „Das Wort ‚Masse‘ wird von den Naturforschern verwendet, um die Quantität der Materie in irgend einem Körper zu bezeichnen.“

² Part I, quaestio VI (Venedig, 1516; Paris, 1516, 1518).

³ Vgl. z. B. Maundeville (XIV, 158): „Men fynden ... hard Dyamandes in a Masse, that cometh out of Gold“, zitiert aus Henry Bradley, „*A new English dictionary on historical principles*“, ed. Sir J. A. H. Murray (London, 1904 bis

und das ergibt, daß unsere Annahme der Unabhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit der L -Kovarianz des Erhaltungstheorems widerspricht.

Die Relativitätstheorie hatte somit die Wahl, entweder die Lorentz-Kovarianz des Erhaltungstheorems der linearen Bewegungsgröße aufzugeben oder die Schlußfolgerung anzunehmen, daß die Masse eine von der Geschwindigkeit abhängende Quantität ist. Es erwies sich, daß die zweite Alternative methodisch die angemessenere war.

Insoweit ging die Entwicklung voran, ohne den Begriff der Vierervektoren zu verwenden, mit deren Hilfe der Relativitätstheorie und insbesondere der relativistischen Dynamik eine gefälligere und philosophisch befriedigendere Form gegeben werden kann, wie wir seit Minkowskis epochemachender Publikation von 1908 wissen¹⁵. In der Sprache der Vierervektoren – und damit erreichen wir die dritte der drei zu Anfang erwähnten Entwicklungsstufen – sind die dynamischen Eigenschaften einer Partikel durch den sogenannten Energie-Impuls-Vektor P^i charakterisiert, der 1. stets als parallel zur Vierergeschwindigkeit U^i ($=dx/d\tau, dy/d\tau, dz/d\tau, d(ict)/d\tau$), angesehen werden muß, wobei $d\tau$ das Element der Eigenzeit ist, und 2. als konstant in der Zeit für eine freie Partikel. Diese Bedingungen ergeben, daß

$$P^i = m_0 U^i, \quad (24)$$

wobei m_0 eine als Eigenmasse (oder Ruhemasse) benannte Invariante der Partikel ist. Gemäß der Gleichung $d\tau = dt(1 - \beta^2)^{1/2}$ sind die räumlichen Komponenten von P^i

$$P^1 = \frac{m_0 dx/dt}{(1 - \beta^2)^{1/2}}, \quad P^2 = \frac{m_0 dy/dt}{(1 - \beta^2)^{1/2}}, \quad P^3 = \frac{m_0 dz/dt}{(1 - \beta^2)^{1/2}}, \quad (25)$$

¹⁵ Hermann Minkowski, „Raum und Zeit“ (ein Vortrag, gehalten auf der 80. Tagung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Köln, 21. September 1908); Englische Übersetzung in *The principle of relativity* (Dover, New York, 1923), Seite 73–91. Vgl. auch „Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern“, *Göttinger Nachrichten* (1908), S. 53–111; abgedruckt in *Mathematische Annalen* 68, 472–499 (1910).

oder in dreidimensionaler Notierung

$$\mathbf{P} = \frac{m_0}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \mathbf{v}. \quad (26)$$

Indem wir ebenso wie in der klassischen Mechanik den Geschwindigkeitskoeffizienten in dem Ausdruck für die Bewegungsgröße als die „Masse“ m der Partikel identifizieren, erhalten wir

$$m = \frac{m_0}{(1 - \beta^2)^{1/2}}. \quad (27)$$

Ein formaler Beweis der Erhaltung (als Zeitkonstanz) der Eigenmasse der freien Partikel (ohne Wechselwirkung) ist leicht zu führen. Da gilt

$$\frac{dP^i}{d\tau} = \frac{dm_0}{d\tau} U^i + m_0 \frac{dU^i}{d\tau} = 0, \quad (28)$$

ergibt die Multiplikation mit U^i

$$\frac{dm_0}{d\tau} U^i U^i + m_0 \frac{dU^i}{d\tau} U^i = 0. \quad (29)$$

Der zweite Summand auf der linken Seite dieser Gleichung verschwindet auf Grund der konstanten Länge des Vierervektors. Folglich ergibt sich

$$\frac{dm_0}{d\tau} = 0, \quad (30)$$

oder, da $d\tau = dt(1 - \beta^2)^{1/2}$,

$$\frac{dm_0}{dt} = 0. \quad (31)$$

Die Ableitung der Gleichung (27) mit Hilfe des Kalküls der Vierervektoren läßt klar, wie unsere früheren Betrachtungen über die Kollisionen von Partikeln, den begrifflichen bzw. definitionsmäßigen Charakter der geschwindigkeitsabhängigen Masse kennen. Es ist die neue Beziehung zwischen Raum und Zeit, mit anderen Worten die Lorentz-Minkowski-Kinematik, die die besondere funktionale Abhängigkeit der Bewegungsgröße von

der Geschwindigkeit hervorrufft und demzufolge die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse. Keineswegs ist da eine neue Eigenschaft der Materie entdeckt worden, und ebenso wenig ein mysteriöser oder verborgener Zug in der Natur, der nun entlarvt worden wäre.

Und doch erhebt sich die Frage, ob denn die relativistische Gleichung (27) der experimentellen Verifizierung unterworfen wurde. Tatsächlich hatte ja Abrahams elektromagnetische Theorie der Masse zu einer funktionalen Abhängigkeit der Masse geführt, die von der relativistischen Geschwindigkeitsabhängigkeit abweicht, und seit 1906 ist reiche experimentelle Arbeit geleistet worden, um eine Entscheidung zwischen den rivalisierenden Theorien zu erzwingen.

Wie wir gesehen haben¹⁶, ist die Geschwindigkeitsabhängigkeit der transversalen Masse in der elektromagnetischen Theorie der Materie durch die Formel gegeben

$$m = f_1(\beta),$$

wobei

$$f_1(\beta) = \frac{3 m_0}{4 \beta^2} \left(\frac{1 + \beta^2}{2\beta} \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta} - 1 \right);$$

in der Relativitätstheorie gilt andererseits

$$m = f_2(\beta),$$

wobei

$$f_2(\beta) = m_0(1 - \beta^2)^{-1/2}.$$

Wenn wir $f_1(\beta)$ und $f_2(\beta)$ als Potenzreihen in β entwickeln

$$f_i(\beta) = f_i(0)(1 + a_{i1}\beta + a_{i2}\beta^2 + \dots) \quad (i = 1, 2),$$

können wir leicht sehen, daß in Abrahams Theorie gilt $a_{11} = 2/5$, $a_{12} = 9/35$, während in Einsteins Theorie $a_{21} = \frac{1}{2}$ und $a_{22} = 3/8$. Messungen des Ladung-Masse-Verhältnisses e/m als einer Funktion von $v = \beta c$ müssen darum eine Entscheidung möglich machen.

¹⁶ Seite 160.

Kaufmanns frühe Experimente wurden zunächst, wie wir sahen, mit Begeisterung als experimentelle Bestätigung von Abrahams Massenbegriff interpretiert. So beginnt zum Beispiel K. Schwarzschild seine Arbeit „Zur Elektrodynamik“¹⁷ mit der Feststellung: „Herr Abrahams Theorie hat sich an den Versuchen von Herrn Kaufmann in der erstaunlichsten Weise bewährt.“ Aber schon 1908 schienen verschiedene Experimente, besonders die von A. H. Bucherer¹⁸ ausgeführten, Evidenz zu Gunsten der relativistischen Konzeption zu liefern. Die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Elektronenmasse wurde ein Gegenstand zahlreicher Experimente und noch zahlreicherer Kontroversen¹⁹. Wir nennen unter den wichtigeren Forschungen dieser Art diejenigen von Weiß und Cotton²⁰, Classen²¹, Wolz²²,

¹⁷ K. Schwarzschild, „Zur Elektrodynamik“, *Göttinger Nachrichten* (1903), 245–278.

¹⁸ A. H. Bucherer, „Messungen an Becquerelstrahlen. Die experimentelle Bestätigung der Lorentz-Einsteinschen Theorie“, *Physikalische Zeitschrift* 9, 755–762 (1908); „Die experimentelle Bestätigung des Relativitätsprinzips“, *Annalen der Physik* 28, 513–536 (1909); „Nachtrag zu meiner Arbeit ‚Bestätigung des Relativitätsprinzips‘“, *Annalen der Physik* 29, 1063 (1909); A. Bestelmeyer, „Bemerkungen zu der Abhandlung Herrn A. H. Bucherers ‚Die experimentelle Bestätigung des Relativitätsprinzips‘“, *Annalen der Physik* 30, 166–174 (1909); A. H. Bucherer, „Antwort auf die Kritik des Herrn A. Bestelmeyer bezüglich meiner experimentellen Bestätigung des Relativitätsprinzips“, *Annalen der Physik* 30, 974–986 (1909); A. Bestelmeyer, „Erwidern auf die Antwort des Herrn A. H. Bucherer“, *Annalen der Physik* 32, 231–235 (1910).

¹⁹ Dafür ist der Gedankenaustausch zwischen Bucherer und Bestelmeyer (s. Anm. 18) nur ein Beispiel. Neuerdings wurde eine genauere Analyse von Bucherers Methode ausgeführt durch C. T. Zahn und A. A. Spees in ihrer Arbeit „A critical analysis of the classical experiments on the relativistic variation of electron mass“, *Physical Review* 53, 511–521 (1938). Die Autoren kommen zu dem Ergebnis, daß die von Bucherer verwendeten Filter für die Geschwindigkeit unzureichend waren, so daß das Auflösungsvermögen für Geschwindigkeiten über $0.7c$ zu niedrig war, um eine Entscheidung zu fällen.

²⁰ *Journal de Physique* 6, 429 (1907).

²¹ *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 10, 700 (1908).

²² K. Wolz, „Die Bestimmung von e/m “, *Annalen der Physik* 30, 273–288 (1909).

Gmelin²³, Hupka²⁴, Guye und Ratnovsky²⁵, Malassez²⁶, Schäfer²⁷ und Neumann²⁸. Ebenso wurden andere Experimente dieser Art im Laufe der letzten 40 Jahre zu Gunsten der relativistischen Formel interpretiert, darunter als wichtigste die drei folgenden: Die Messungen des Ladung-Masse-Verhältnisses bei elektrostatisch beschleunigten Elektronen, die Guye und Lavanchy²⁹ 1921 ausführten; die Experimente in Kern-Spektroskopie, 1940 ausgeführt durch Rogers, McReynolds, und Rogers³⁰; und die Bestimmungen des Ladung-Masse-Verhältnisses bei Protonen, die Grove und Fox mit dem 140-Zoll-Synchrocyclotron des Carnegie-Institute of Technology ausführten. Allerdings kamen Faragó und Jánosy³¹, die kürzlich die gesamten Experimente nachprüften, zu dem Schlusse, daß die bis dahin ausgeführten Experimente „die Gültigkeit der relativistischen Formel weit

²³ P. Gmelin, „Der Zeemaneffekt einiger Quecksilberlinien in schwachen Magnetfeldern“, *Annalen der Physik* 28, 1079–1087 (1909).

²⁴ E. Hupka, „Beitrag zur Kenntnis der trägen Masse bewegter Elektronen“, *Annalen der Physik* 31, 169–204 (1910).

²⁵ C. E. Guye und S. Ratnovsky, „Sur la variation de l'inertie de l'électron en fonction de la vitesse dans les rayons cathodiques et sur le principe de relativité“, *Comptes rendus* 150, 326–329 (1910). Auf Seite 329 erklärt der Autor: „Le principe de relativité se trouve en accord avec l'expérience.“

²⁶ *Annales de Chimie et de Physique* 23, 231 (1911).

²⁷ C. Schäfer, „Die träge Masse schnell bewegter Elektronen“, *Physikalische Zeitschrift* 14, 1117f. (1913).

²⁸ G. Neumann, „Die träge Masse schnell bewegter Elektronen“, *Annalen der Physik* 45, 529–579 (1914). Indem Neumann die Situation von 1914 zusammenfaßt, kommt er zu dem Schluß, daß für $0.4 \leq \beta \leq 0.7$ die Ablenkungsmethode zu Gunsten der relativistischen Variation spricht, aber für $0.7 < \beta \leq 0.8$ kein sicherer Schluß gezogen werden kann.

²⁹ C. E. Guye und C. Lavanchy, *Mémoires de la société de physique de Genève* 39, 315 (1921).

³⁰ M. M. Rogers, A. W. McReynolds und F. T. Rogers jr., „A determination of the masses and velocities of three radium B beta-particles“, *Physical Review* 57, 379–383 (1940).

³¹ P. S. Faragó und L. Jánosy, „Review of the experimental evidence for the law of variation of the electron mass with velocity“, *Nuovo cimento* 5, 1411–1436 (1957).

weniger stützen, als es üblicherweise angenommen wird.“ Tatsächlich bestätigt, nach ihrer Ansicht, nur das Studium der Feinstruktur der Wasserstoffspektren unzweideutig die relativistische Gleichung mit hoher Präzision.

Da Experimente mit freien Elektronen bisher noch kaum eine eindeutige Entscheidung zwischen der Formel von Abraham und der von Einstein gegeben haben, und da die spektroskopische Evidenz — zusätzlich zu der Tatsache, daß sie bloß indirekt auftrat — nur einen engen Bereich von Geschwindigkeiten erfaßt, ist eine unzweideutige direkte Verifizierung dieser bedeutsamen Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse ganz gewiß noch eine künftige sehr ernste Aufgabe für die Experimentalphysik. Allgemeine Übereinstimmung herrscht freilich darüber, daß die ganze Frage nur eine Frage größerer technischer Präzision ist.

Wie konnte dann die definitorische oder konventionelle Forderung der Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse eine tatsachenbedingte, empirisch zu sichernde und experimentell meßbare Situation ergeben?

Dieses Problem wurde vor kurzer Zeit durch Karl Vogtherr in einem Artikel „The variability of mass in the theory of relativity“ diskutiert³². Vogtherr konfrontiert zwei Möglichkeiten: die des positivistischen Physikers, der behauptet, daß die Veränderlichkeit der Masse durch Messungen ebenso wenig gesichert werden kann wie irgend etwas anderes, wenn man unter Messung das nichtwillkürliche Erfassen von Beziehungen in einer Außenwelt versteht, und die des realistischen Physikers, für den die Veränderlichkeit der Masse eine meßbare Beziehung darstellt und als solche gesichert werden kann und der Formel der Relativitätstheorie genügt. Der Autor dieses Buches teilt aber nicht Vogtherrs Schlußfolgerung, daß die Veränderlichkeit der Masse nach der Relativitätstheorie zwei-deutig ist, weil v und der Bezugskörper, der dazu gehört, nicht eindeutig bestimmbar sind, und so würde eine experimentelle Bestimmungsmöglichkeit zu einer *contradictio in adjecto* führen. „Denn eine

³² Karl Vogtherr, „The variability of mass in the theory of relativity“, *Methodos* 9, 199–207 (1957).

Realität, die nur bestimmt werden kann in zweideutiger Form, die ‚so‘ und gleichzeitig ‚anders‘ ist, ist undenkbar³³.“ Die Antwort auf das Problem scheint uns folgende zu sein. Ebenso wie die vorrelativistische Definition des Begriffs der trägen Masse ein integraler Teil der physikalischen Theorie war, so steht auch die experimentelle Bestimmung der relativistischen Masse in engster Beziehung mit einer Menge sehr zahlreicher Operationen und Interpretationen und kann nicht als isolierte Tatsache der Betrachtung unterliegen.

Um diesen Punkt zu klären, diskutieren wir die experimentelle Verifizierung der relativistischen Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit des näheren. In diesen klassischen Experimenten werden Elektronen sehr hoher Geschwindigkeit mit der Ladung e , die aus radioaktiven Stoffen stammen oder künstlich beschleunigt werden, dem Einfluß elektrischer und magnetischer Felder, E und H , ausgesetzt. Zunächst wird durch einen kritischen Ausgleich des Strahls zwischen den Kondensatorplatten, wo die elektrische Kraft eE die magnetische Kraft evH ausgleicht, die Geschwindigkeit v durch E/H bestimmt. Zweitens wird die Beziehung $e/m(v)$ durch Messung des Krümmungsradius r des Elektronenstrahls außerhalb des Kondensators bestimmt durch die Gleichung

$$evH = m(v)v^2/r.$$

So wird eine Korrelation hergestellt zwischen $m(v)$ und v , die – wenn in Übereinstimmung mit Gleichung (27) – in der Lage sein soll, „die Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit zu verifizieren.“ Jedoch könnte die obige Gleichung ebenso gut lauten

$$ev(1 - v^2/c^2)^{1/2}H = m_0v^2/r$$

ohne überhaupt den Gedanken einer „veränderlichen Masse“ zu erwähnen. Die Ablenkungsexperimente würden dann eine relativ komplizierte Beziehung zwischen r und v bezeugen, wobei man e und m_0 als Konstanten nimmt. Überdies können die

³³ *Ebenda* S. 203.

Ergebnisse dieser Experimente auch als Beweise für eine Geschwindigkeitsabhängigkeit der Ladung e verstanden werden, wie es tatsächlich Bush in seiner Arbeit „The force between moving charges³⁴“ vorgeschlagen hat. Daß es auch andere Interpretationen dieser empirischen Ergebnisse gibt, hat O’Rahilly gezeigt³⁵.

Wir erkennen also, daß die Zweideutigkeit im Verständnis der empirischen Daten aus dem definitorischen Charakter unserer Begriffe resultiert. Sobald aber spezifische, wenn auch willkürliche Definitionen für theoretische Begriffe angenommen werden, verliert der Prozeß der Verifizierung – innerhalb der Grenzen der gleichen Theorie – seine Vieldeutigkeit und wird zu einer eindeutigen Operation. Der definitorische Charakter der zu Grunde liegenden Begriffe findet seine Analogie in der Interpretation der experimentellen Ergebnisse. Das willkürliche Moment, das in der Begriffskonstruktion der Theorie zum Ausdruck kommt, erscheint wiederum in der Interpretation der empirischen Daten. „Masse“ ist in der Relativitätstheorie nichts anderes als das Ergebnis bestimmter Operationen, bei denen die Definitionen bzw. Spezifizierungen eng mit raumzeitlichen Betrachtungen verknüpft sind. Nur dank dieser Verbindungen hängt das Ergebnis der Messungen von der Geschwindigkeit ab.

Mit der Zunahme der Geschwindigkeit nimmt auch die Masse zu. Offensichtlich sind also alle Assoziationen mit dem geschichtlichen Vorläufer der Masse, der *quantitas materiae*, vollständig gelöst, ebenso wie es in der elektromagnetischen Theorie der Materie der Fall war. Andernfalls müßte man den Schluß ziehen,

³⁴ V. Bush, „The force between moving charges“, *Journal of Mathematics and Physics* 5, 129 (1925–1926).

³⁵ Alfred O’Rahilly, *Electromagnetics, a discussion of fundamentals*, (Cork University Press, Cork; Longmans, Green, London, New York, 1938). Vgl. auch Parry Moon und Domina Eberle Spencer, „The new electrodynamics and its bearing on relativity“, in *Kritik und Fortbildung der Relativitätstheorie*, Karl Sapper (ed. Akademisch Druck- und Verlagsanstalt, Graz, 1958), S. 144–159.

daß die Bewegung Materie erschafft, ein Ergebnis, gegen das schon Bullialdus 1639 heftig protestierte³².

³⁰ Ismael Bullialdus (Boulliaud), *Philolai sive dissertationis de vero systemate mundi libri quatuor* (Amsterdam 1639). In seiner Untersuchung der Beschleunigung (und Schwere) des freien Falls (Buch 1, Kap. 4), lehnt Bullialdus die Theorie ab, nach der ein Körper während seiner Fallbewegung und durch diese zusätzliche Schwere erlangt. Wenn das so wäre, sagt er, „würde daraus folgen, daß so etwas wie Materie durch Ortsbewegung produziert werden kann; das muß aber ein Irrtum sein, weil mit der Ortsbewegung nur das *ubi* gesetzt wird und daraus keine neue Substanz entstehen kann.“

Dreizehntes Kapitel

MASSE UND ENERGIE

Maxwells Theorie des Elektromagnetismus war vom historischen Gesichtspunkt das früheste Schema einer Feldtheorie, die ein hohes Niveau folgerichtiger Durcharbeitung und logischer Vollkommenheit erreichte, und so kann es nicht überraschen, daß die moderne Entwicklung des Massenbegriffs mit den verschiedenen Phasen dieser Theorie aufs engste verbunden war. Nicht nur entstammte der elektromagnetische Massenbegriff, wie schon der Name besagt, aus dieser Theorie, sondern wir haben auch aus dem vorhergehenden Kapitel entnommen, daß der relativistische Massenbegriff daher stammt, und zwar sowohl historisch wie grundsätzlich¹. Maxwells Theorie des elektromagnetischen Feldes führte auch, allerdings mehr indirekt, zu einer anderen Auffassung von der Masse, die als eine „der größten Entdeckungen des 20. Jahrhunderts“² bezeichnet wurde.

Maxwell zeigte, daß die zum Aufbau eines elektromagnetischen Feldes aufzuwendende Arbeit durch die Energie gegeben ist, die im Raum mit einer Dichte w verteilt ist, wobei

$$w = \frac{1}{8\pi} (E^2 + H^2), \quad (1)$$

E ist der elektrische und H der magnetische Feldvektor. Diese Formel gilt auch für nichtstatische Felder, in denen gemäß dem Energie-Erhaltungs-Theorem die Energie von einer Stelle zur anderen fließen muß, um die Veränderungen zu kompensieren, die in einem bestimmten Raumbereich vor sich gehen. Die Energie

¹ Grundsätzlich, weil in Bezug auf die Lorentz-Transformationen, die die Basis für die Ableitung der Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit bilden, die Maxwell-Gleichungen kovariant bleiben.

² Sir Edmund Whittaker, *History of the theories of aether and electricity* (Nelson, Glasgow, London, 1953), Band 2, S. 51.